

# INNEHÅLL

6	NAVIGERINGSBEGREPP	3
6.1	Position och rörelse	3
6.1.1	Relatering av rörelse till koordinatsystem	3
6.1.2	Matematisk representation av vektorer i koordinatsystem	3
6.2	Positionsbestämning	5
6.2.1	Metoder	5
6.2.2	Dödräkning	6
6.2.3	Fixtagningar och ortlinjer	6
6.3	Noggrannhet och felstatistik	9
6.3.1	Allmänt	9
6.3.2	Statistisk beskrivning av fel	10
6.3.3	Fördelningsfunktioner	11
6.3.4	Konfidensnivå, CEP, $d_{rms}$ , m m	13

## 6 NAVIGERINGSBEGREPP

### 6.1 POSITION OCH RÖRELSE

#### 6.1.1 Relatering av rörelse till koordinatsystem

Luftnavigering innebär bestämning av geografisk position och flyghöjd samt styrning av en luftfarkost i önskad riktning relativt jorden.

För att begrepp som position, hastighet etc skall få en innebörd måste de relateras till någonting, t ex jorden. Om vi »spikar fast» ett vanligt rätvinkligt koordinatsystem i jorden och betraktar en pil från origo till flygplanet, dvs en Ortsvektor, kan spetsen på denna pil representera vårt läge (position och höjd). Normalt brukar man dock ange läget i koordinatsystemet latitud/longitud/höjd. Andra koordinatsystem eller positionssystem i bruk är GEOREF, RAK-nät och UTM. Se avsn 5.3.

Anta att ovannämnda Ortsvektor vid tidpunkten  $t$  är  $\bar{r}(t)$  och ett kort ögonblick  $\Delta t$  senare är  $\bar{r}(t + \Delta t)$ . Flygplanets förflyttning under tiden  $\Delta t$  kan då representeras av en skillnadsvektor

$$\Delta \bar{r} = \bar{r}(t + \Delta t) - \bar{r}(t)$$

Kvoten

$$\frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$$

kallas medelfärdhastigheten under intervallet  $\Delta t$ . Om  $\Delta t$  görs mycket litet, kan kvoten anses representera *färdhastigheten* eller *hastigheten relativt marken* vid tidpunkten  $t$ .

Det nyss använda koordinatsystemet var fastspikat i jorden. Anta att vi i stället spikar fast ett koordinatsystem i lufthavet i närheten av flygplanet (så nära att vinden i närheten av origo i närheten av flygplanet är densamma). Koordinatsystemet rör sig då över jordytan med en jordhastighet som är lika med vindhastigheten. Flygplanets hastighet relaterad till detta koordinatsystem (eller om man så vill, relaterad till lufthavet) kallas dess *kurshastighet*. Se kap 13.

#### 6.1.2 Matematisk representation av vektorer i koordinatsystem

I föregående avsnitt definierades två olika hastighetsvektorer. För att kunna använda en vektor vill man ofta känna dess *komponenter* i olika riktningar (se bilaga 1). Fullständig beskrivning av de vektorer vi här är intresserade av kräver en komponent i var och en av tre olika axelriktningar i något lämpligt koordinatsystem. För representation av hastighet och acceleration brukar följande rätvinkliga koordinatsystem (bild 6.1) användas (samtliga anses ha origo belägen någonstans i flygplanet, men detta är inte väsentligt – vi är primärt intresserade av *axelriktningarna*):

K:        x-axeln riktad framåt i flygplanets längdaxel  
           y-axeln riktad åt höger  
           z-axeln riktad nedåt (ungefär vinkelrätt mot durken i flygplanet)

$K_0$ :  $x_0$ -axeln riktad norrut  
 $y_0$ -axeln riktad österut  
 $z_0$ -axeln riktad i lodriktningen

$K_2$ :  $x_2$ -axeln riktad i kursriktningen  
 $y_2$ -axeln riktad tvärskursen åt höger  
 $z_2$ -axeln riktad i lodriktningen ( $z_0 - z_2$ )

På bild 6.1 framgår hur  $K$  och  $K_0$  relateras till varandra genom roll-, tipp- och kursvinklarna ( $\varphi, \Theta, \Psi$ ). För den intresserade visas nedan de matematiska uttryck som transformerar för en vektor  $\vec{a}$  i  $K$  ( $a_x, a_y, a_z$ ) till dess komponenter i  $K_0$  ( $a_{x0}, a_{y0}, a_{z0}$ ).

$$a_{x0} = a_x \cos \Psi \cos \Theta + a_y (\cos \Psi \sin \Theta \sin \varphi - \sin \Psi \cos \varphi) + a_z (\cos \Psi \sin \Theta \cos \varphi + \sin \Psi \sin \varphi)$$

$$a_{y0} = a_x \sin \Psi \cos \Theta + a_y (\sin \Psi \sin \Theta \sin \varphi - \cos \Psi \cos \varphi) + a_z (\sin \Psi \sin \Theta \cos \varphi - \cos \Psi \sin \varphi)$$

$$a_{z0} = -a_x \sin \Theta + a_y \cos \Theta \sin \varphi + a_z \cos \Theta \cos \varphi$$

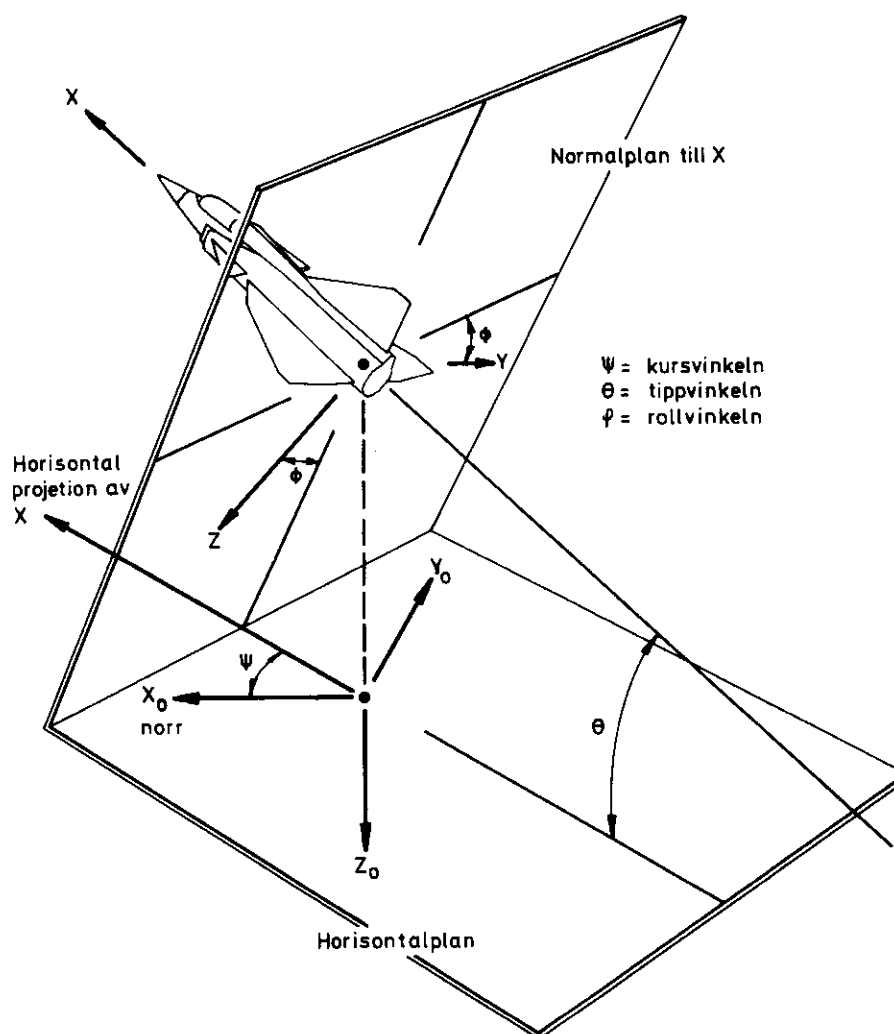


Bild 6.1 Relation mellan ett flygplanorienterat koordinatsystem  $X, Y, Z$ , och ett markorienterat  $X_0, Y_0, Z_0$

Som syns är koordinattransformering i tre dimensioner en ganska besvärlig uppgift. Om  $\Psi$  i ekvationerna sätts = 0 erhålls en transformation från  $K$  till  $K_1$ . Sätts i stället  $\Theta = \varphi = 0$  får vi en transformation från  $K_2$  till  $K_0$ :

$$a_{x0} = a_{x2} \Psi - a_{y2} \sin \Psi$$

$$a_{y0} = a_{x2} \Psi + a_{y2} \cos \Psi$$

Sammanfattningsvis kan sägas att det är väsentligt att man förstår skillnaden mellan de roller koordinatsystemen spelar i avsn 6.1.1 och 6.1.2.

I avsn 6.1.1 används de för att *relatera* rörelsen till någonting. Relation av rörelsen till ett jordfast och ett »luftfast» koordinatsystem ger *två fysikaliskt skilda begrepp*: färdhastighet och kurshastighet.

I avsn 6.1.2 används koordinatsystemen för att på olika sätt representera ett givet fysikaliskt begrepp. Färdhastighetens komponenter kan vara givna i t ex  $K$  eller  $K_0$ . Det är härvid fråga om *samma fysikaliska begrepp: två skilda matematiska representationer*.

Det talas ofta lösligt och oklart om »hastigheten i ett (visst) koordinatsystem». Man bör då göra klart för sig om det är ett visst fysikaliskt begrepp (t ex färdhastigheten) som skall framhållas eller om det är en viss matematisk representation av en given fysikalisk storhet (t ex nord-, öst- och lodkomponenterna av färdhastigheten) som skall framhållas.

## 6.2 POSITIONSBESTÄMNING

### 6.2.1 Metoder

Positionsbestämning utgör ett väsentligt inslag vid all navigering. Beroende på vilka hjälpmedel som står till förfogande och tidigare positionsuppfattning kan positionsbestämningen ske på olika sätt. Principiella ytterligheter är dödräkning och fixtagning.

Dödräkning innebär att man från en känd utgångsposition med kännedom om farkostens färdriktning och färdhastighet samt den tid som förflyter successivt beräknar farkostens position.

Fixtagning innebär i princip att man genom mätning till referenspunkter bestämmer sin position utan hjälp av tidigare position.

I regel är utgångspositionen för dödräkning inte känd helt exakt liksom inte heller färdriktning och färdhastighet. Detta innebär att dödräkning ger upphov till ett växande positionsfel. Ofta blir positionsfelet efter ganska kort tid större än vad som kan accepteras.

För att en fixtagning i praktiken skall kunna genomföras krävs ofta att man har en grov uppfattning om den tidigare positionen. Fixtagningar är i regel behäftade med vissa fel. Ibland kan man inte ens bestämma i vilken punkt man befinner sig utan endast att man befinner sig någonstans längs en linje på jordytan.

De nämnda problemen innebär att positionsbestämning i regel inte sker med enbart dödräkning eller enbart fixtagning utan genom en mer eller mindre sofistikerad kombination av de båda principiella metoderna. En metod som förenar dödräkning och fixtagning kan kallas bestickföring.

## 6.2.2 Dödräkning

Dödräkning kan utföras helt manuellt med hjälp av karta, klocka, passare och linjal samt kännedom om farkostens färdhastighetsvektor, dvs färdvinkel och färdhastighet. Färdhastighetsvektorn kan bestämmas på olika sätt. Bestämning av kurshastighetsvektorn, dvs kursvinkel och kurshastighet, med hjälp av kompass och luftdatafartmätare samt korrektion med den uppskattade vindvektorn är en metod (se kap 13). Kursbestämning med kompass eller gyroplattform samt uppmätning av kurshastighet och avdriftsvinkel med hjälp av dopplarfartmätare är en annan.

Numera utförs dödräkning i allt större utsträckning automatiskt med hjälp av digitala (företrädesvis) eller analoga datorer. Automatisk dödräkning benämns ibland något oegentligt för automatisk bestickräkning, förkortat till ABR. Automatisk dödräkning kan givetvis ske med samma grundinformation som manuell dödräkning. Moderna digitala datorer ger dock väsentligt förbättrade prestanda genom noggrannare beräkning samt möjlighet att korrigera för olika systematiska fel. Speciellt goda resultat kan erhållas om dödräkningssystemet korrigeras med fixtagningar och ortlinjebestämningar samt lämplig sammanvägning av den totala informationen.

Tröghetsnavigering är en speciell form av dödräkning som på grund av sin komplexa natur i praktiken endast kan ske automatiskt. Den för dödräkningen nödvändiga informationen om färdvinkel och färdhastighet erhålls genom integration av uppmätta accelerationer i olika riktningar. Tröghetsnavigering behandlas mera utförligt i avsn 8.9.

## 6.2.3 Fixtagningar och ortlinjer

*Fixtagning, fixpunkt.* Tillfredsställande positionsbestämning utan referens till någon tidigare position kallas fixtagning. Sker positionsbestämningen i relation till en geografisk punkt kallas denna punkt för fixpunkt. Vid manuell dödräkning kan en fixtagning tjäna som utgångspunkt för förnyad dödräkning varvid alla tidigare fel i dödräkningen försvinner. Kvarstående fel är felet i fixtagningen samt de nya dödräkningsfelen.

*Ortlinjer, ortytor.* Man har i ett flygplan ofta möjlighet att skaffa sig viss kunskap om var man är utan att därför exakt känna sin position. Flygplanet kan t ex korsa en känd väg eller kustlinje utan att man vet var längs vägen eller kustlinjen som man är. Vägen eller kustlinjen är ingen fixpunkt utan definierar i stället en linje på jordytan över vilken flygplanet befinner sig. En sådan linje som indikerar en mängd möjliga positioner kallas *ortlinje*. Den engelska beteckningen som man ofta ser är »line of position», förkortat LOP.

En ortlinje behöver inte utgöras av någon synlig fysikaliskt definierad linje på jordytan. En ortlinje kan bestå av punkter som uppfyller vissa geometriska villkor t ex att avståndet till en viss punkt på jordytan är konstant, riktningsskillnaden till två punkter är konstant etc. Ortlinjer av dessa eller liknande typer uppkommer vid positionsbestämning med hjälp av olika radiosystem eller astronomiska observationer.

Betraktar vi navigation mera generellt i tre dimensioner är problemet att bestämma farkostens position i den tredimensionella rymden. Kan man t ex bestämma avståndet till en punkt vet man att man befinner sig på en bestämd sfärisk yta runt punkten. På samma sätt gäller att om höjdinformation saknas i ett flygplan som passerar en väg vet man endast att flygplanet befinner sig på den vertikala yta i rymden som går genom vägen. En yta som indikerar en mängd möjliga positioner kallas en *ortyta*.

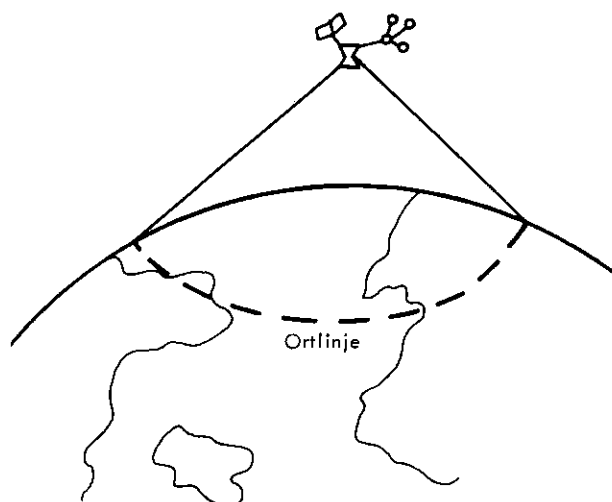


Bild 6.2 Ortlinje som skärning mellan ortytors

Två ytor i rymden kan skära varandra längs en linje (eller i vissa fall flera linjer). Befinner man sig på två sådana ytor samtidigt måste man befinna sig på skärningslinjen (skärningslinjerna). Två ortytors skärningslinje utgör en ortlinje. Bild 6.2.

Vid navigering av flygplan har man i praktiken alltid tillgång till en ortyta i form av en yta parallell med havsytan definierad av flygplanets höjd. Andra ortytors skärning med denna yta utgör de ortlinjer man normalt talar om i navigationssammanhang.

Skärningen mellan två ortlinjer eller mellan en ortyta och en ortlinje utgör en fixpunkt. I samband med krökta ytor och linjer kan skärning ibland ske i mer än en punkt. Är t ex avstånden till två punkter på jordytan kända erhålls två skärningspunkter. Bild 6.3. I situationer där fixpunkten inte är entydigt definierad får man använda annan information t ex dödräkningspositionen för att avgöra vilken punkt som är den riktiga.

**Klassificering av fixtagningssystem.** Många system och metoder för fixtagning ger ortlinjer eller ortytors med en enkel geometrisk form. Detta har sin förklaring i att de storheter som man mäter i geometriskt avseende i regel tillhör någon av följande grupper:

- avstånd                      här betecknat  $\rho$
- avståndsskillnad        »—                       $\rho_1 - \rho_2$
- riktning                      »—                       $\varphi$
- riktningsskillnad        »—                       $\varphi_1 - \varphi_2$

Riktning relativt norr, dvs bäring, betecknas ofta med  $\Theta$ .

Observera att man i praktiska navigeringssammanhang ofta betecknar avstånd med distans (tillryggalagd distans)  $D$ . Riktning benämns då ibland  $R$  och bäring  $B$ . I denna handbok är avstånd (uppmätt avstånd) alltid  $\rho$ ,  $r$  eller  $R$  och tillryggalagd distans  $D$  eller  $R$ .

Avståndsmätning till en punkt ger ortytors i form av sfärer runt punkten. Vid skärning med en yta parallell med havsytan bildas ortlinjer i form av cirklar.

Avståndsskillnadsmätning till två punkter definierar ortytors som är rotationshyperboloider. Vid skärning med ett plan erhålls ortlinjer i form av hyperbler.

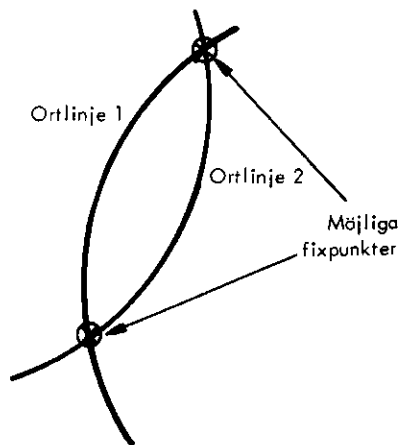


Bild 6.3 Flertydighet vid fixpunktbestämning

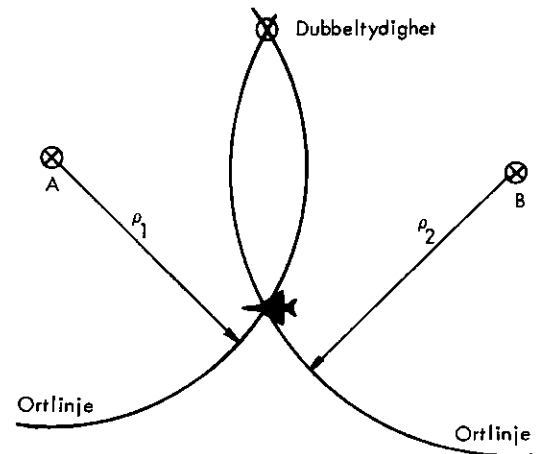


Bild 6.4  $\rho/\rho$ -system, lägena för A och B är kända

Detta innebär att för system med kort räckvidd, varvid jordytan kan anses vara plan, blir ortlinjerna hyperbler. För system med lång räckvidd och där avståndsskillnaden mätes längs jordytan blir ortlinjerna s k sfäriska hyperbler.

Riktningmätning ger om riktningen är bestämd i tre dimensioner en rät linje som ortlinje. Denna linje skär jordytan i högst två punkter. I regel är riktningen endast bestämd i två dimensioner varvid en ortyta i form av ett plan erhålls. Skärningen med en yta parallell med havsytan blir i det närmaste cirkelformad. Är ortytan vinkelrät mot jordytan i den punkt där farkosten befinner sig, vilket i regel är fallet, blir ortlinjen en storcirkel.

Riktningsskillnadsmätning till två punkter i ett plan ger ortlinjer i form av cirklar. På kortare avstånd ger därför riktningsskillnadsmätning till punkter på jordytan cirklar till ortlinjer.

Fixpunkter erhålls som nämnts som skärningar mellan ortlinjer eller ortlinjer och ortytor. Om man betraktar ortlinjer på ytor parallella med havsytan är de vanligaste kombinationerna följande:

1.  $\rho/\rho$ -system (avståndssystem). Se bild 6.4  
Ex: Astronomisk ortlinjebestämning, DME, satellitsystem
2.  $\Theta/\Theta$ -system (bäringssystem). Se bild 6.5  
Ex: Pejl, VOR
3.  $\rho_1 - \rho_2 - \rho_3$  (hyperbelsystem). Se bild 6.6  
Ex: Decca, Loran, Omega, Satellitsystem
4.  $\varphi_1 - \varphi_2 / \varphi_2 - \varphi_3$  (riktningsskillnadssystem). Se bild 6.7  
Ex: Pejling mot tre stationer
5.  $\rho/\Theta$ -system (avstånd/bäringssystem). Se bild 6.8  
Ex: VOR-DME, Tacan, Satellitsystem

Referenspunkterna vid mätningarna kan vara fasta eller rörliga. Förutsättningen för mätningen är endast att punkternas läge är känt i mätögonblicket. Vid t ex astronomisk ortbestämning är ofta den punkt till vilken mätningen sker rörlig men läget är bestämt av tiden. I ett satellitnavigeringssystem är det nödvändigt att mäta in satelliternas position från speciella markstationer och föra över denna information via satelliterna till de farkoster som mäter in sig mot satelliterna.

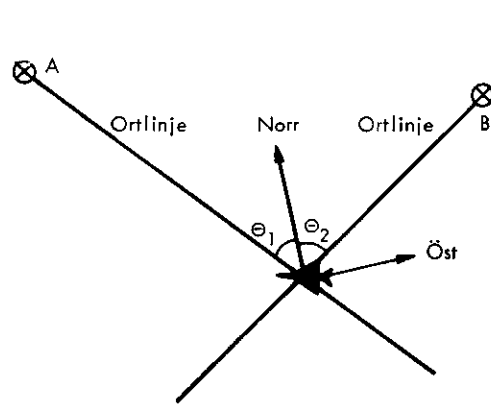


Bild 6.5  $\Theta/\Theta$ -system, lägena för A och B är kända

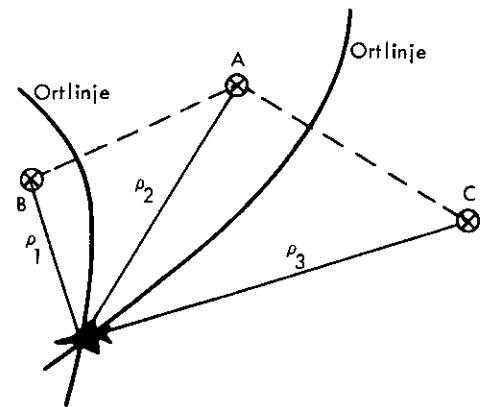


Bild 6.6  $\rho_1 - \rho_2 / \rho_2 - \rho_3$ - (hyperbel-) system, lägena för A, B och C är kända

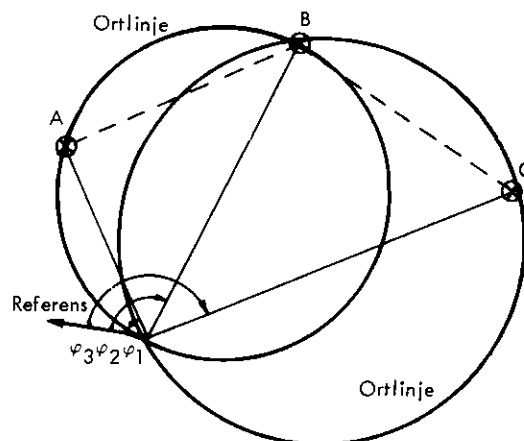


Bild 6.7  $\varphi_1 - \varphi_2 / \varphi_2 - \varphi_3$ - (riktningsskillnads-) system, lägena för A, B och C är kända

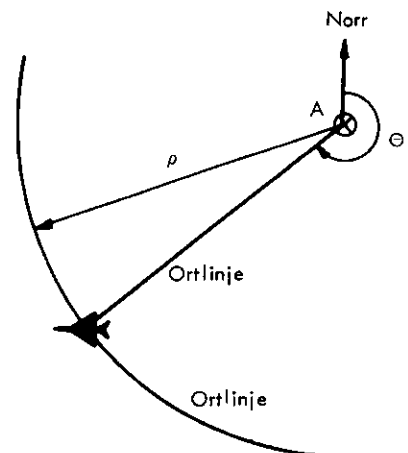


Bild 6.8  $\rho/\Theta$  system, läget för A är känt

## 6.3 NOGGRANHET OCH FELSTATISTIK

### 6.3.1 Allmänt

Vid mätningen av de storheter ur vilka en farkosts position skall beräknas måste hänsyn tas till de fel, som mätningarna är behäftade med. Felens karaktär och inverkan måste vara kända för att positionen skall kunna anges med en viss säkerhet eller sannolikhet.

Med fel menas här skillnaden mellan verkligt och uppmätt eller presenterat värde på en storhet. Felet är sällan konstant eller linjärt föränderligt utan består ofta av en *systematisk* och en *stokastisk* komponent. Se bild 6.9. Den stokastiska komponenten beskrivs med statistiska begrepp och metoder.



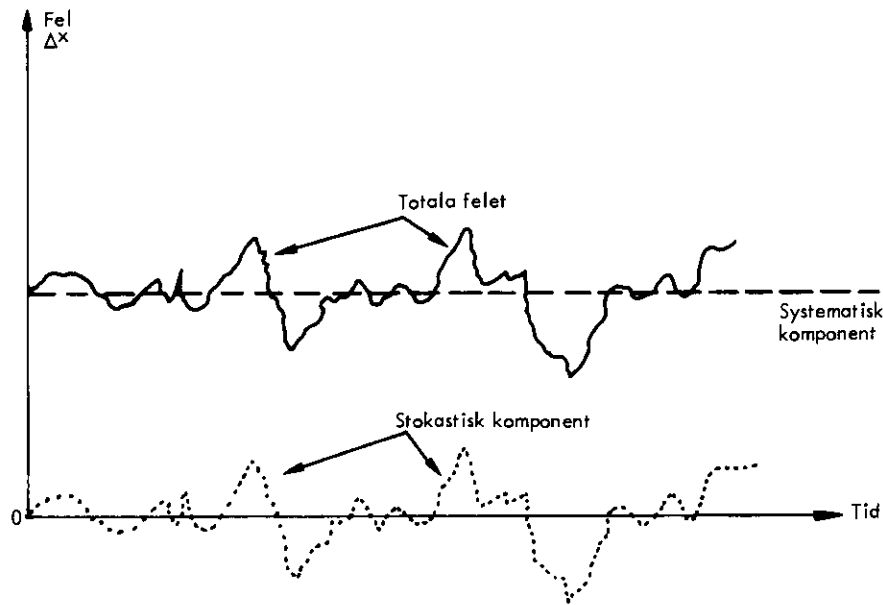


Bild 6.9 Felet sammansätts ofta av en systematisk och en stokastisk (slumpmässig) komponent

### 6.3.2 Statistisk beskrivning av fel

Ett fel kan betraktas som en stokastisk variabel. En sådan variabel kan antingen anta vissa diskreta värden eller också variera kontinuerligt. Sannolikheten för att felet (variabeln) skall anta ett visst värde eller anta ett värde mellan två angivna värden, är ett mått på med vilken frekvens variabeln antar dessa värden. Den funktion som beskriver detta samband kallas *frekvensfunktion* eller *täthetsfunktion* för den stokastiska variabeln, eller *histogram* om den stokastiska variabeln antar diskreta värden.

På bild 6.10 approximeras ett histogram till en frekvensfunktion av en kontinuerlig variabel. Med *fördelningsfunktionen* för en stokastisk variabel menas en funktion som beskriver sannolikheten för att variabeln är mindre eller lika med ett visst tal.

$$F(x) = P(\underline{X} \leq x)$$

$X$  är en stokastisk variabel och betecknar ett fel. Sannolikheten att felet  $\underline{X} \leq$  värdet  $x$  är  $F(x)$ . Se bild 6.11.

Medelvärdet för en stokastisk variabel  $X$  är

$$E(X) = m = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

där  $f(x)$  är frekvensfunktionen för  $X$ . Spridningen kring medelvärdet definieras som

$$D(X) = \sigma = \sqrt{E[(X - m)^2]}$$

$$D^2(X) = \sigma^2 = E[(X - m)^2]$$

$\sigma^2$  kallas variansen och  $\sigma$  spridningen eller standardavvikelsen. Se exempel i bilaga 4.

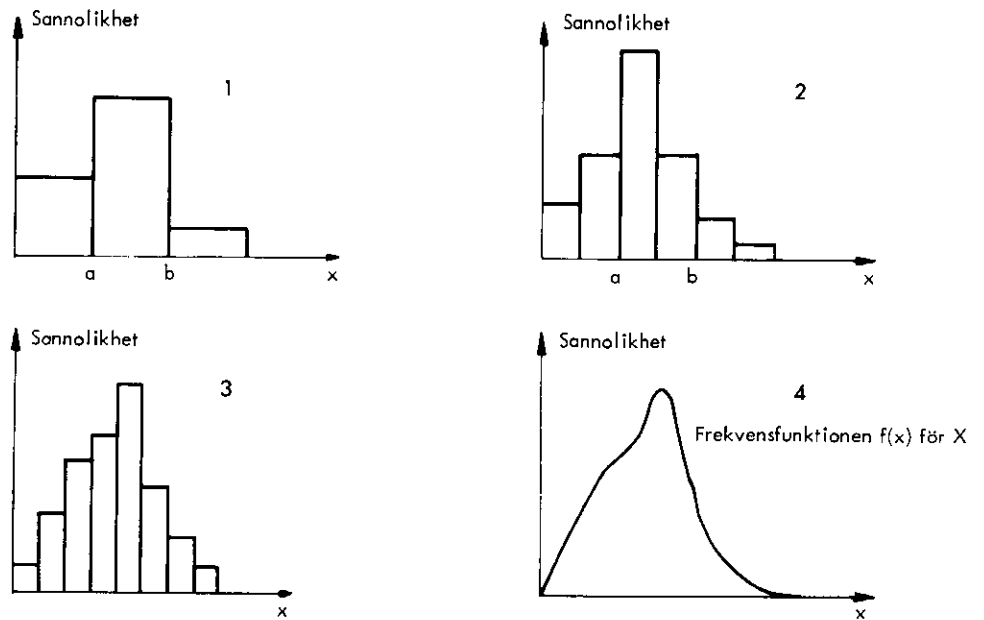


Bild 6.10 Kontinuerlig frekvensfunktion vid approximation med histogram

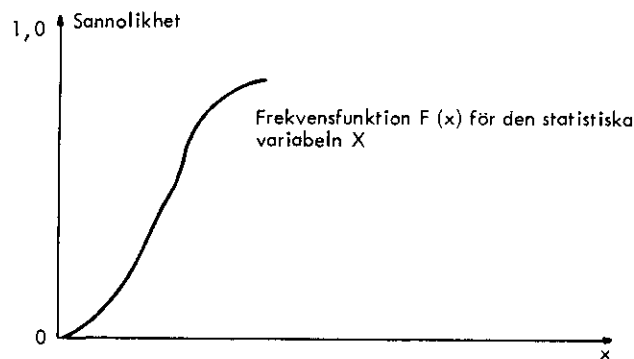


Bild 6.11 Fördelningsfunktion för den statistiska fördelning som har frekvensfunktion enligt bild 6.10

Om ett fel sammansätts av flera *oberoende* stokastiska komponenter med medelvärdena  $m_1, m_2, \dots, m_n$  och standardavvikelserna  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ , erhålls medelvärdet  $m$  och standardavvikelsen  $\sigma$  för felet som:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2$$

För oberoende variabler adderas medelvärdena linjärt och spridningarna kvadratisk. Se exempel i bilaga 4.

### 6.3.3 Fördelningsfunktioner

Navigeringsfel såsom exempelvis positionsfel, kursfel etc är ofta normalfördelade. Normalfördelningen och den normala frekvensfunktionen visas på bild 6.12 och 6.13.

Dessa fel är huvudsakligen tvådimensionella och uttrycks därför med två stokastiska variabler vilka då kan vara mer eller mindre oberoende eller korrelerade till varandra.

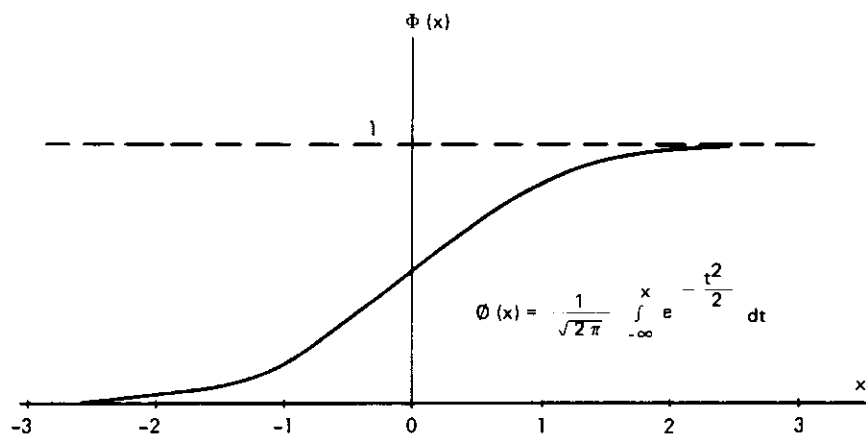


Bild 6.12 Den normala fördelningsfunktionen  $\Phi(x)$

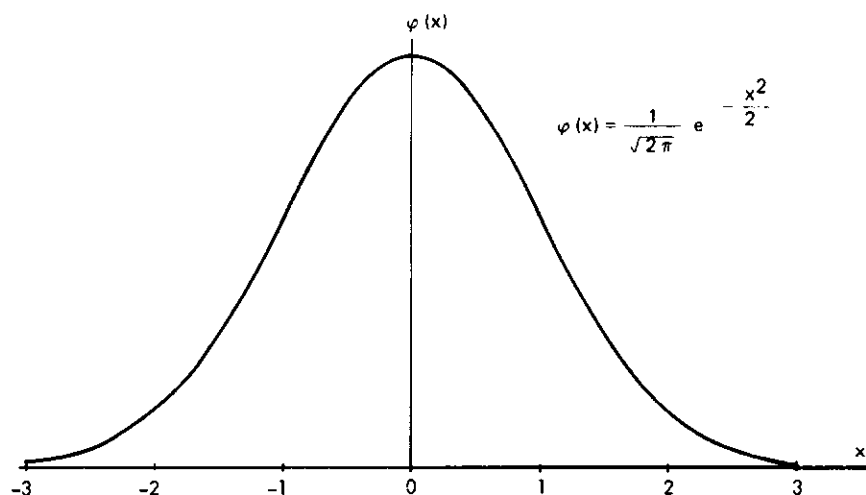


Bild 6.13 Den normala frekvensfunktionen  $\varphi(x)$

Två stokastiska fel eller variabler sägs vara *korrelerade* om de beror av varandra. Om sannolikheten för ett stort positionsfel i nordriktningen är större om positionsfelet i östrikningen är stort och tvärtom sägs dessa komponenter till det totala positionsfelet vara positivt korrelerade. Korrelationen uttrycks med en korrelationskoefficient,  $\rho$ . Är  $\rho = 0$  är variablerna okorrelerade, om  $\rho = 1$  är felet proportionella och har samma tecken och om  $\rho = -1$  är felet proportionella men har motsatt tecken. Bild 6.14 visar skillnaden mellan en okorrelerad och en korrelerad tvådimensionell normalfördelning. Oberoende variabler är alltid okorrelerade.

Den okorrelerade cirkulära tvådimensionella normalfördelningen där  $m_x = m_y = 0$   $\sigma_x = \sigma_y$ , där variabelsituationen  $x^2 + y^2 = r^2$  har gjorts, kallas Rayleighfördelningen.

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

Positionsfel, där sannolikheten för en viss storlek på felet är lika i alla riktningar är ofta Rayleighfördelade.

Då tvådimensionella normalfördelade fel skall representeras utnyttjas felellipser, som är skärningen mellan normalfördelningens frekvensfunktion (frekvensyta) och ett plan parallellt med och ovanför koordinataxelplanet. Felellipsen är då

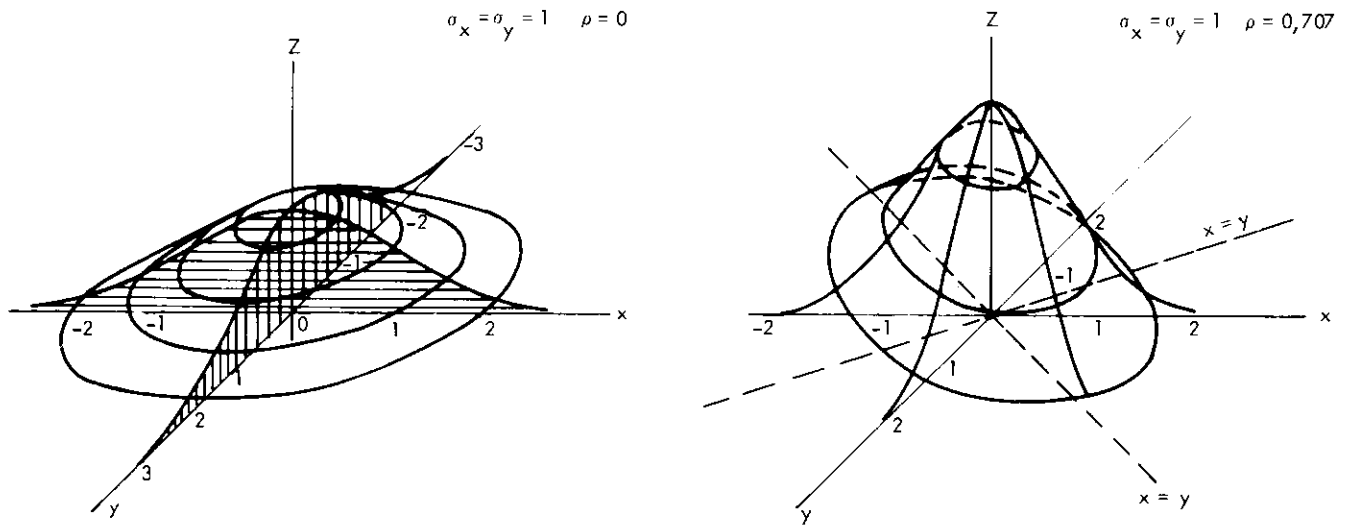


Bild 6.14 Jämförelse mellan korrelerad (t v) och okorrelerad (t h) tvådimensionell normalfördelning

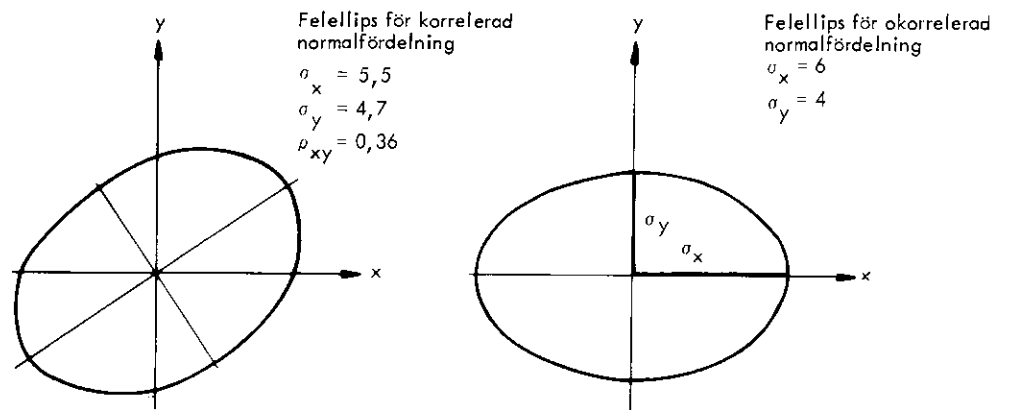


Bild 6.15 Felellipser för korrelerade (t v) och okorrelerade (t h) fel

en kurva för konstant felsannolikhetstäthet. Är de två variablerna okorrelerade, sammanfaller felellipsens huvudaxelriktningar med koordinataxelriktningarna. I annat fall ligger ellipsen snett. Se bild 6.15 och jämför bild 6.14. Genom lämplig vridning av koordinatsystemet kan koordinataxlarna och ellipsens huvudaxlar alltid fås att sammanfalla. En tvådimensionell normalfördelning kan då uttryckas med okorrelerade variabler. Längderna på felellipsens axlar är proportionella mot spridningarna i axelriktningarna.

### 6.3.4 Konfidensnivå, CEP, $d_{rms}$ , m m

Det är väsentligt att i samband med felangivelser ange sannolikheten för att det angivna felet överskrids. Systemnoggrannheten 400 m har ingen innebörd om inte en *konfidensnivå* anges. Sannolikheten att felet avviker från medelvärdet mer än ett visst antal gånger spridningen  $\sigma$  kallas konfidensnivån  $1\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$  etc. Felet 400 m med konfidensnivån  $2\sigma$  betyder vid exempelvis en *en*-dimensionell fördelning att sannolikheten för att felet överstiger 400 m är  $1 - 0,955 = 0,045$  dvs 4,5 %. Se bilaga 4.

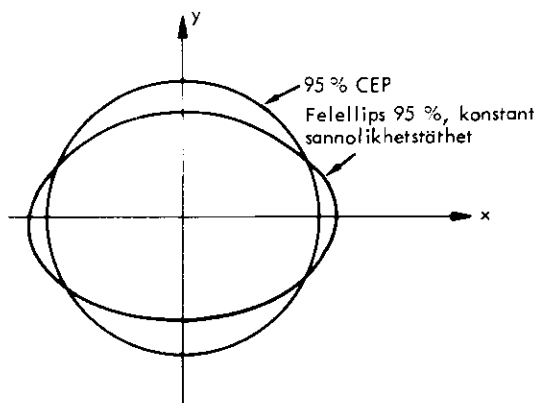
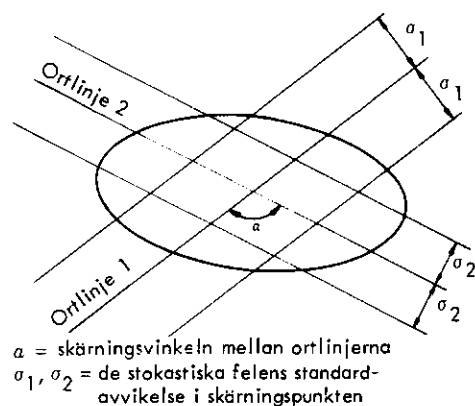


Bild 6.16 Konfidensnivå angiven som cirkulärfel jämfört med felellips med samma konfidensnivå



$\alpha$  = skärningsvinkeln mellan ortlinjerna  
 $\sigma_1, \sigma_2$  = de stokastiska felens standardavvikelse i skärningspunkten

Bild 6.17 Förstorad bild av ortlinjeskärning

Konfidensnivån  $1_\sigma$ ,  $2_\sigma$  osv har varierande sannolikhetsinnebörd för olika fördelningar. I allmänhet underförstås att felet är normalfördelat och endimensionellt. Konfidensnivån varierar beroende på korrelationen mellan variablerna i en tvådimensionell fördelning. Eftersom en tvådimensionell normalfördelning, exempelvis ett positionsfel, ofta är elliptisk med korrelation och olika spridning hos variablerna, är det olämpligt att tala om  $\sigma$ -nivåer. Ellipticiteten för en felellips är oftast ointressant. I stället är man intresserad av sannolikheten att felet understiger ett visst värde oavsett riktning. Man anger därför en cirkel för vilken sannolikheten är exempelvis 95 % att felets belopp understiger radien. Längs vinkeln gäller dock till skillnad från ellipsen *inte* att sannolikhetstätheten är konstant. Med CEP (circular error probability) menas beloppet av ett fel motsvarande radien i den cirkel som för en viss konfidensnivå måste avskära en godtycklig tvådimensionell fördelning. Se bild 6.16. I praktiken har CEP kommit att betyda konfidensnivån 50 %. Felets CEP-värde motsvarar radien i den cirkel inom vilken felet finns med 50 % sannolikhet.

Med  $d_{\text{rms}}$  (rms = root mean square) som är en ofta förekommande beteckning vid tvådimensionella fördelningar, menas

$$d_{\text{rms}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

där  $\sigma_x$  och  $\sigma_y$  är spridningarna i ellipsens huvudaxelriktningar.

Med radionavigeringssystem innebär ofta en positionsbestämning en bestämning av skärningen mellan två ortlinjer. Utgående från de statistiskt kända felen i ortlinjerna vill man få en statistisk feluppskattning av positionsfelet (man vill bestämma en positionsfelellips). Ortlinjerna approximeras med räta linjer i skärningspunkten. Se bild 6.17. Värdena på  $\sigma_1$  och  $\sigma_2$  är beroende av en mängd faktorer såsom aktuellt läge, signalstyrka, ljusförhållande. Felets standardavvikelse för en ortlinje från en radiofyr (VOR, NDB etc) är exempelvis proportionell mot avståndet till fyren. I ett hyperbelsystem divergerar ortlinjerna, hyperb- lerna, och ortlinjefelets standardavvikelse är proportionell mot denna divergens.

Med vetskap om  $\alpha$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  och korrelationen  $\rho$  kan standardavvikelse i felellipsen huvudaxelriktningar bestämmas. Då felellipsen är känd, kan konfidensnivån anges som ett CEP-värde.

Om mer än två ortlinjer finns att tillgå skär i regel dessa varandra ej i en punkt. Då den mest sannolika positionspunkten skall bestämmas, väljs vid manuell navigering en punkt mitt emellan skärningarna och vid automatisk navigering den punkt som minimerar spridningen  $d_{\text{rms}}$ . Se vidare kap 14.